

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2024

RECUPERATORIO PRIMER PARCIAL - 02/03/2024

Apellido y Nombre:

Número de Documento: Especialidad:.....

TEMA 1

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.

EJERCICIO 1: Se sabe que -2 es una raíz doble del polinomio

$$p(x) = x^4 + 5x^3 + 10x^2 + (a + b)x + b$$

Factorizar $p(x)$ en \mathbb{R} .

EJERCICIO 2: La recta L_1 que pasa por el punto $(2, -1)$ no interseca a la recta L_2 que pasa por los puntos $(-1, 3)$ y $(4, -2)$. Hallar la ecuación de la recta L_1 .

EJERCICIO 3: Sea $p(x) = x^2 + 2x + k - 2$ con $k \in \mathbb{R}$. Hallar el conjunto de valores de k para los cuales $p(x)$ tiene al menos una raíz real.

EJERCICIO 4:

- a) Hallar el conjunto solución de la desigualdad

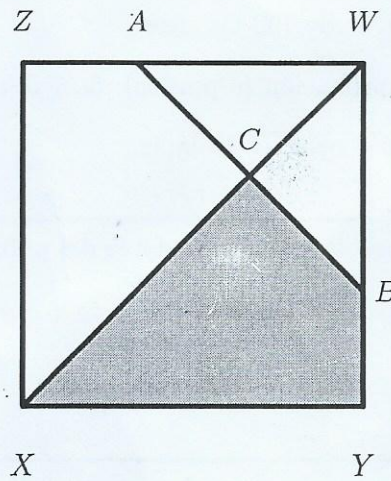
$$\frac{3}{2-x} < -x$$

- b) Se dispone de tres tipos de fertilizantes con las composiciones indicadas en la siguiente tabla:

TIPO	FOSFATO	POTASIO	NITRÓGENO
A	10%	30%	60%
B	20%	40%	40%
C	20%	30%	50%

Un análisis de suelo muestra que los requerimientos de fertilizante para un determinado campo son 19% de fósforo, 34% de potasio y 47% de nitrógeno. ¿Puede obtenerse la mezcla correcta utilizando los tres tipos? Si es así, ¿cuántos kilogramos de cada uno deben mezclarse para obtener 100 kg. de la calidad deseada?

EJERCICIO 5: El área del cuadrado $XYWZ$ es de 9 cm^2 . La medida del segmento AW es dos tercios de la medida del segmento WZ . La medida del segmento BY es un tercio de la medida de WY . Calcular el área de la región sombreada.



② La recta \mathbb{L}_1 que pasa por el punto $(2, -1)$ no interseca a la recta \mathbb{L}_2 que pasa por los puntos $(-1, 3)$ y $(4, -2)$.

Hallar la ec. de \mathbb{L}_1

$$\left. \begin{array}{l} P = (-1, 3) \in \mathbb{L}_2 \\ Q = (4, -2) \in \mathbb{L}_2 \end{array} \right\} \mathbb{L}_2: y_2 = m_2 x + b_2$$

$$m_2 = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} = \frac{3 - (-2)}{-1 - 4} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$\mathbb{L}_2: y_2 = -1x + b_2$$

$$P \in \mathbb{L}_2 \Rightarrow 3 = -1(-1) + b_2 \rightarrow b_2 = 2$$

$$\boxed{y_2 = -x + 2} \quad \mathbb{L}_2$$

\mathbb{L}_1 y \mathbb{L}_2 no intersecan $\Rightarrow \mathbb{L}_1 \parallel \mathbb{L}_2 =$

$$\mathbb{L}_1: y_1 = m_1 x + b_1 \quad \leftarrow m_1 = m_2$$

$$y_1 = -x + b_1$$

$$(2, -1) \in \mathbb{L}_1 \Rightarrow -1 = -2 + b_1 \rightarrow b_1 = 1$$

$$\boxed{\mathbb{L}_1: y = -x + 1}$$

③ Sea $p(x) = x^2 + 2x + k - 2$ con $k \in \mathbb{R}$. Hallar el conj. de valores de k para los cuales $p(x)$ tiene, al menos, una raíz real.

Para que tenga al menos una raíz, el discriminante debe ser mayor o igual que cero

$$p(x) = \overset{a}{1}x^2 + \overset{b}{2}x + \overset{c}{k-2}$$

$$b^2 - 4ac \geq 0 \rightarrow 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k-2) \geq 0$$

$$4 - 4k + 8 \geq 0$$

$$12 \geq 4k$$

$$\rightarrow \boxed{k \leq 3}$$

4) a) Hallar el conj. solución de la desigualdad.

$$\frac{3}{2-x} < -x$$

$$+x \quad x + \frac{3}{2-x} < -x + x$$

$$\frac{x(2-x)+3}{2-x} < 0$$

$$\frac{2x - x^2 + 3}{2-x} < 0$$

$$-x^2 + 2x + 3 > 0 \wedge 2 - x < 0$$

$$-x^2 + 2x - 3 < 0 \quad 2 < x$$

$$(x-3)(x+1)$$

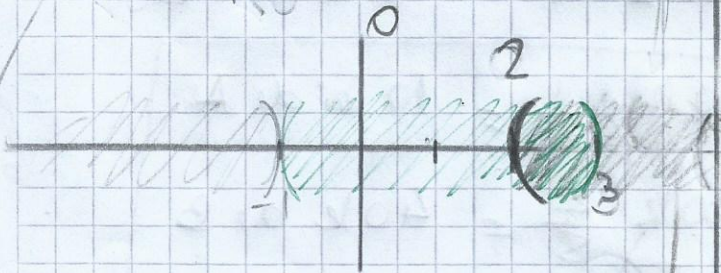
+ -
- +

$$-x^2 + 2x + 3 < 0 \wedge 2 - x > 0$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \quad 2 > x$$

$$(x-3)(x+1) > 0$$

+ -
- +



$$\begin{cases} x-3 > 0 \wedge x+1 < 0 \\ x > 3 \wedge x < -1 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$x-3 < 0 \wedge x+1 > 0$$

$$x < 3 \wedge x > -1$$

$$-1 < x < 3$$

$$\wedge x > 2$$

$$(2, 3)$$

$$x+1 > 0 \wedge x-3 > 0$$

$$x > -1 \wedge x > 3$$

$$x < -1 \wedge x > 3 \quad \emptyset$$

$$x+1 < 0$$

$$x-3 < 0$$

$$x < -1$$

$$x < 3$$

$$x < -1$$

$$(-\infty, -1)$$

$$S = (-\infty, -1) \cup (2, 3)$$

b) Se dispone de tres tipos de fertilizantes con los componentes en los porcentajes en la seg. tabla.

tipo	Fosfato	Potasio	Nitrógeno
A	10%	30%	60%
B	20%	40%	40%
C	20%	30%	50%
	19	34	47

Un análisis de suelo muestra que los requerimientos de fertilizantes para un determinado campo son 19% de fosfato, 34% de potasio y 47% de nitrógeno.

Puede obtenerse una mezcla correcta utilizando los tres tipos? Si es así, ¿cuántos kilogramos de cada uno deben mezclarse para obtener 100 kg de la calidad deseada?

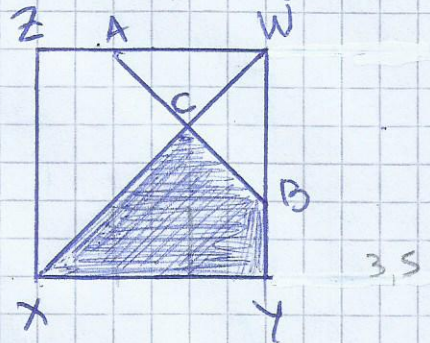
$$\begin{cases} 0.10A + 0.20B + 0.20C = 0.19 & A = 1/10 \\ 0.30A + 0.40B + 0.30C = 0.34 & B = 2/5 \\ 0.60A + 0.40B + 0.50C = 0.47 & C = 1/2 \end{cases}$$

Comprar:	$100 \text{ kg} \cdot \frac{1}{10} = 10 \text{ kg de A}$
	$100 \text{ kg} \cdot \frac{2}{5} = 40 \text{ kg de B}$
	$100 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ kg C}$

5) El área del cuadrado $XYWZ$ es de 9cm^2 . La medida del segmento AW es dos tercios de la medida del segmento WZ .

La medida del segmento BY es un tercio de la medida de WY .

Calcular el área de la región sombreada.

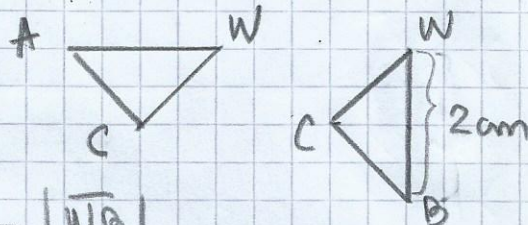


Área cuadrado = $l^2 = 9\text{cm}^2$ (anunciado)

$l = 3\text{cm}$

$|AW| = \frac{2}{3}|WZ| \rightarrow |AW| = \frac{2}{3} \cdot 3\text{cm} = 2\text{cm}$

$A_{\triangle} = A_{\triangle} - A_{\triangle}$
 $\frac{1}{2} A_{\square} \rightarrow A_{\triangle} = \frac{9\text{cm}^2}{2} = 4,5\text{cm}^2 = A_{\triangle}$



$|BY| = \frac{1}{3}|WY|$
 $|WB| = \frac{2}{3}|WY|$ (l = 3cm)

$|AW| = |WB| \Rightarrow \hat{B} = \hat{W} = 45^\circ$
 $|WB| = 2\text{cm}$
 $|EW| = |CB| \Rightarrow WB$ es la diagonal de un cuadrado de lado CB

$\frac{(\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}})\text{cm}^2}{2} = 1\text{cm}^2$
 $CB \cdot \sqrt{2} = \frac{WB}{2\text{cm}} \Rightarrow CB = \frac{2\text{cm}}{\sqrt{2}}$

$A_{\triangle} = 1\text{cm}^2$
 $A_{\triangle} = 4,5\text{cm}^2 - 1\text{cm}^2 = 3,5\text{cm}^2$